

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2023



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x+4)}{x^2 - 5x + 4}$$

Dominio	$E = (-4, +\infty) \setminus \{1, 4\}$
Positività	$P = (-3, 1) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-3; 0) \quad B(0; \log 4 / 4)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 2x + 1} - \sqrt{9x^2 + 3x - 2})$ e $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot e^{x^2 + 4x - 5} - 1}{3x^2 - 5x + 2}$

Soluzioni	$-5/6; 7$
-----------	-----------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + x + 6}{x^2 + x + 2}$

Derivata prima	$f' = -\frac{4(2x+1)}{(x^2+x+2)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-1/2; 23/7) \quad \text{cresce in } (-\infty, -1/2)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^3 + 4)$

Derivata prima	$f' = \frac{3x^2}{x^3 + 4} \quad E = (-\sqrt[3]{4}, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{3x \cdot (x^3 - 8)}{(x^3 + 4)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(0; \log 4); F_2(2; \log 12)$ convessa in $(0, 2)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{3x^3 - 4x^2 + 3x - 2}{x^2 - x - 2}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$
As. verticali	$x = -1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x - 1$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{4x-2}{4x+3} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log(4x+1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - \frac{5}{4} \log(4x+3)$ $1 - \frac{5}{4} \log\left(\frac{7}{3}\right) \approx -0,0591$
Integrale indefinito	$\left(x + \frac{1}{4}\right) \cdot \log(4x+1) - x + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - 2y + k \cdot z = 4 \\ 4x + 2z = 1 \\ 4x + k \cdot y + z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 2$: incompatibile $k \neq -1; 2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-k^2 + 8k + 6}{-4k^2 + 4k + 8}; y = -\frac{2k + 5}{-2k^2 + 2k + 4}; z = -\frac{4 + 7k}{-2k^2 + 2k + 4}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 - 3x \cdot y + x + y^2 + 4y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x - y = 1$.

Derivate parziali	$f_x = 4x - 3y + 1 \quad f_y = -3x + 2y + 4$
Estremi liberi	$S(14; 19) \quad z = 46 \quad H = -1$
Estremi vincolati	$m(-1; -5) \quad \lambda = 3 \quad z = -8$ $H = -12$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di derivata con significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di massimo vincolato con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*